

## מדינת ישראל

### משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תש"ף, 2020

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל

תרגום לערבית (2)

## דولة إسرائيل

### وزارة التربية والتعليم

نوع الامتحان: بچروت

موعد الامتحان: شتاء 2020

رقم النموذج: 035581

ملحق: لوائح قوانين ل-5 وحدات تعليمية

ترجمة إلى العربية (2)

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה

והסתברות  $20 \times 2$  – 40 נק'

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה

במישור  $20 \times 1$  – 20 נק'

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות שורש,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

טריגונומטריות  $20 \times 2$  – 40 נק'

סה"כ – 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום

במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

## الرياضيات

### 5 وحدات تعليمية – النموذج الأول

### تعليمات للممتحن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:

في هذا النموذج ثلاثة فصول.

الفصل الأول: الجبر

والاحتمال  $20 \times 2$  – 40 درجة

الفصل الثاني: الهندسة وحساب

المثلثات في المستوى  $20 \times 1$  – 20 درجة

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل

للبوليנוمات ولدوال الجذر

وللدوال النسبية ولدوال

المثلثية  $20 \times 2$  – 40 درجة

المجموع – 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات

البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال

الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة

قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

1. لا تنسخ السؤال؛ اكتب رقمه فقط.

2. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب

في دفتر مراحل الحل، حتّى إذا أُجريت

حساباتك بواسطة حاسبة.

فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات،

بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.

عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات

أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسودة" في بداية كل صفحة تستعملها مسودة.

كتابة أية مسودة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبب إلغاء الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حدّ سواء.

نتمنى لك النجاح!

בהצלחה!

## الأسئلة

انتبه! فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.  
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

### الفصل الأول: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبّت عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. البُعد بين المدينة "أ" والمدينة "ب" هو 96 كم.

خرجت سياراً وشاحنة في نفس الوقت من المدينة "أ" وسافرتا باتجاه "المدينة" ب".

في البداية، سافرت السيارة بسرعة ثابتة مقدارها  $V_1$  كم/الساعة.

بعد أن قطعت 15 كم من الطريق، توقفت السيارة في جانب الطريق لمدة نصف ساعة، لتصلح عطل.

بعد تصلح العطل، وصلت السيارة طريقها بسرعة ثابتة مقدارها 90 كم/الساعة.

سافرت الشاحنة كل الطريق بسرعة ثابتة مقدارها  $V_2$  كم/الساعة.

مرّت الشاحنة عن السيارة بعد 3 دقائق من توقّف السيارة في جانب الطريق.

وصلت السيارة والشاحنة إلى المدينة "ب" في نفس الوقت.

أ. جد  $V_1$  و  $V_2$ .

ب. بعد مرور كم من الوقت منذ خروج السيارة والشاحنة إلى طريقهما، كان البُعد بينهما 3 كم؟

(جد اثنتين من الحالات الثلاث.)

2.  $a_n$  هي متوالية حسابية.
- $k$  و  $p$  هما عددان طبيعيان .  $k < p$  .
- معطى أن :  $a_k = p$  ،  $a_p = k$  .
- أ. (1) برهن أن فرق المتوالية  $a_n$  هو  $-1$  .
- (2) عبّر عن  $a_1$  بدلالة  $k$  و  $p$  .
- المتوالية  $c_n$  معرّفة على النحو التالي :  $c_n = a_n - n$  .
- معطى أن مجموع 6 الحدود الأولى في المتوالية  $c_n$  هو 0 .
- ب. (1) جد  $a_1$  .
- (2) ما هي قيم  $k$  و  $p$  ؟ جد جميع الإمكانيات .
- ج. احسب المجموع  $(c_1 - c_2)^2 + (c_3 - c_4)^2 + \dots + (c_{99} - c_{100})^2$  . علّل .

3. توجد في علبة 12 كرة . معظم الكرات زرقاء والبقية حمراء .
- أخرجوا بشكل عشوائي كرة من العلبة وأعادوها إلى العلبة، وأخرجوا مرّة ثانية بشكل عشوائي كرة وأعادوها .
- الاحتمال بأن تكون الكرتان اللتان أخرجوهما بلونين مختلفين هو  $\frac{4}{9}$  .
- أ. جد كم كرة زرقاء توجد في العلبة .
- ب. أضافوا إلى العلبة كرات صفراء .
- بعد الإضافة، أخرجوا بشكل عشوائي كرة وأعادوها، وأخرجوا مرّة ثانية بشكل عشوائي كرة وأعادوها .
- الاحتمال بأنهم أخرجوا كرتين بلونين مختلفين لا يزال  $\frac{4}{9}$  .
- كم كرة صفراء أضافوا إلى العلبة؟
- نقلوا جميع الكرات الصفراء إلى وعاء آخر، وأبقوا في العلبة الكرات الزرقاء والحمراء فقط .
- ج. أخرجوا عشوائياً من العلبة كرة تلو الأخرى بشكل متكرّر (بدون إعادة)، إلى أن أخرجوا كرة حمراء .
- ما هو الاحتمال بأن عدد الإخراجات كان أكبر من 3 ؟

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبْتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترِكَ.

4. AD و CE هما منصفَا زاويتين في المثلث ABC، ونقطة تقاطعهما هي F. معطى أن:  $\angle ABC = 60^\circ$ .

أ. برهن أنه يمكن حصر الشكل الرباعي BDFE في دائرة.

معطى أن: FB هو قطر في الدائرة التي تحصر الشكل الرباعي BDFE.  
 ب. برهن أن المثلث ABC هو مثلث متساوي الأضلاع.

امتداد القطعة BF يقطع الضلع AC في النقطة G.

ج. برهن أن طول القطعة FG يساوي طول نصف قطر الدائرة التي تحصر الشكل الرباعي BDFE.

يمررون في النقطة F مماساً للدائرة التي تحصر الشكل الرباعي BDFE.  
 المماس يقطع الضلعين BA و BC في النقطتين K و L بالتلاؤم.

د. جد النسبة  $\frac{KL}{AC}$ . علّل إجابتك.

5. في المثلث ABC، النقطتان D و F تقعان على الضلعين BA و BC بالتلاؤم، بحيث  $DF \parallel AC$ .  
 النقطتان G و N تقعان على الضلع AC، بحيث الشكل الرباعي DFNG هو شبه منحرف متساوي الساقين،  
 كما هو موصوف في الرسم.

نرمز:  $\angle BAC = \alpha$ ،  $\angle FNC = \beta$ .

معطى أن:  $AD = 7$ ،  $FC = 4$ ،  $\angle FCN = 2\alpha$ .

أ. (1) بين أن:  $\frac{FN}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin \beta}$ .

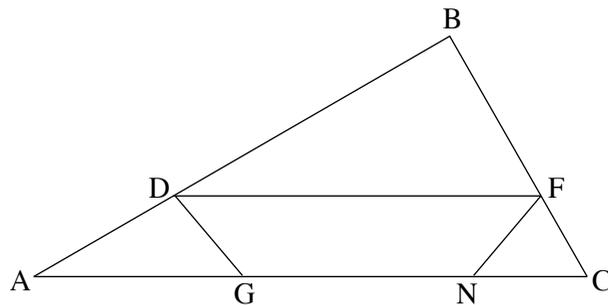
(2) احسب  $\alpha$ .

معطى أن: مساحة المثلث BDF هي 56.

ب. جد طول القطعة DF.

ج. ما هي النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث FCN

وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث DAG؟ علّل.



الفصل الثالث : حساب التفاضل والتكامل للبولينومات  
ولدوال الجذر وللدوال النسبية وللدوال المثلثية  
(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 ( لكل سؤال - 20 درجة ).

انتبه! إذا أجبت عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

6. معطاة الدالة  $f(x) = \frac{6}{2 \cos^2 x - 5 \cos x - 3}$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

أجب عن البنود "أ-ج" بالنسبة للمجال المعطى.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالة  $f(x)$ .

(2) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة  $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط.

(3) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة  $f(x)$ .

معطاة الدالة  $h(x) = |f(x) + 2|$ ، التي مجال تعريفها مطابق لمجال تعريف الدالة  $f(x)$ .

ب. (1) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة  $h(x)$ .

(2)  $k$  هو پارامتر. جد جميع قيم  $k$  التي بالنسبة لها المستقيم  $y = k$  يقطع الرسم البياني للدالة  $h(x)$  في أربع نقاط مختلفة.

معطاة الدالة  $g(x) = |f(x)| + 2$ ، التي مجال تعريفها مطابق لمجال تعريف الدالة  $f(x)$ .

ج. هل لكل  $x$  في مجال التعريف  $h(x) < g(x)$ ؟ علّل.

7. معطاة الدالة  $f(x) = \frac{3x}{4x^2 - 1}$  التي مجال تعريفها هو  $x \neq \pm \frac{1}{2}$ .

أ. (1) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة  $f(x)$  (إذا وجدت مثل هذه المجالات).

(2) جد مجالات موجبية وسالبة الدالة  $f(x)$ .

معطاة الدالة  $g(x) = \sqrt{\frac{3x}{4x^2 - 1}}$ .

ب. (1) ما هو مجال تعريف الدالة  $g(x)$ ؟

(2) ما هي معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين للدالة  $g(x)$ ؟

معطى أنه توجد للدالة  $g(x)$  نقطة التواء واحدة بالضبط. الإحداثي  $x$  لهذه النقطة هو أصغر من صفر.

ج. (1) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $g(x)$ .

(2) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً لدالة المشتقة،  $g'(x)$ .

د. ما هو مجال تعريف الدالة  $h(x) = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2 - 1}}$ ؟

8. معطاة الدالة  $f(x) = -x^2 + 1$ .

$t$  هو پارامتر. معطى أن:  $0 < t < 1$ .

في النقطة التي فيها  $x = t$ ، مرّروا مماساً للرسم البياني للدالة  $f(x)$  (انظر الرسم).

أ. بيّن أن معادلة المماس هي  $y = -2tx + t^2 + 1$ .

نرمز بـ  $S$  إلى المساحة المخطّطة في الرسم (المساحة المحصورة

بين الرسم البياني للدالة  $f(x)$  والمماس والمحورين).

ب. جد بالنسبة لأية قيمة لـ  $t$  تكون المساحة  $S$  أصغر ما يمكن.

بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

نرمز بـ  $A$  إلى المساحة المنقّطة (المساحة في الربع الأوّل المحصورة بين الرسم البياني للدالة  $f(x)$  والمحورين).

ج. حدّد بالنسبة لكل واحد من الادّعاءين اللذين أمامك (i - ii) هل هو صحيح أم غير صحيح. علّل إجابتك.

(i) توجد قيمة لـ  $t$  بالنسبة لها  $\frac{A}{S}$  هي أكبر ما يمكن.

(ii) توجد قيمة لـ  $t$  بالنسبة لها  $\frac{A}{S}$  هي أصغر ما يمكن.

### בהצלחה!

נשמתי לך הניחא!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.

