

## מדינת ישראל משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות  
מועד הבחינה: חורף תשע"ט, 2019  
מספר השאלון: 035581  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל  
תרגום לערבית (2)

## דولة إسرائيل وزارة التربية والتعليم

نوع الامتحان: بچروت  
מועד الامتحان: שנת 2019  
رقم التّموذج: 035581  
ملحق: لوائح قوانين لـ 5 وحدات تعليمية  
ترجمة إلى العربية (2)

### מתמטיקה

#### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.  
ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שלושה פרקים.  
פרק ראשון: אלגברה  
והסתברות  $20 \times 2$  – 40 נק'  
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה  
במישור  $20 \times 1$  – 20 נק'  
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי  
של פולינומים, של פונקציות שורש,  
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות  
טריגונומטריות  $20 \times 2$  – 40 נק'  
סה"כ 100 נק'  
ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות  
התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש  
במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות  
במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
2. דפי נוסחאות (מצורפים).  
ד. הוראות מיוחדות:  
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום  
במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר  
החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,  
בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון  
או לפסילת הבחינה.  
3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.  
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום  
לפסילת הבחינה.

### الرياضيات 5 وحدات تعليمية – التّموذج الأول تعليمات للممتحن

- א. מֵדֵת הַאִמְתָּחָן: שלוש שעות ונصف.  
ב. מבני התמוזג ותוזיע הדֵרְגָת:   
פי זהו התמוזג שלוש פصول.  
الفصل الأول: الجبر  
والاحتمال  $20 \times 2$  – 40 درجة  
الفصل الثاني: الهندسة وحساب  
المثلثات في المستوى  $20 \times 1$  – 20 درجة  
الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل  
للبوليנוمات ولدوال الجذر  
وللدوال النسبية ولدوال  
المثلثية  $20 \times 2$  – 40 درجة  
المجموع – 100 درجة  
ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:  
1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات  
البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال  
الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة  
قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.  
2. لوائح قوانين (مرفقة).  
د. تعليمات خاصة:  
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.  
2. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب  
في الدفتر مراحل الحل، حتّى إذا أُجريت  
حساباتك بواسطة حاسبة.  
فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات،  
بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.  
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات  
أو إلى إلغاء الامتحان.  
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان.  
استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدي إلى إلغاء  
الامتحان.

التعليمات في هذا التّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حدّ سواء.

نتمنى لك النّجاح!

בהצלחה!

## الأسئلة

انتبه! فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.  
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

### الفصل الأول: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبْتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترِكَ.

1. مجموعة عاملين فيها حطابون مجربون، خَطَطت أن تقطع 216 م<sup>3</sup> من الأشجار في عدد معيّن من الأيام إنتاجية (قدرة) عمل العاملين ثابتة).

في ثلاثة الأيام الأولى، عمِل العاملون حسب الإنتاجية المخططة. ابتداءً من اليوم الرابع، زاد العاملون وتيرة عملهم، وقطعوا كل يوم كمية أشجار أكبر بـ 8 م<sup>3</sup> من المخططة. عمِل العاملون فعلياً يوماً واحداً أقل من عدد الأيام المخططة، وقطعوا ما مجموعه 232 م<sup>3</sup> من الأشجار.

أ. (1) حسب المخططة، كم مترًا مكعبًا من الأشجار كان من المفترض أن يقطع العاملون في اليوم؟  
(2) كم يوماً عمل العاملون فعلياً؟

ب. خلال أي يوم منذ بداية العمل، أنهى العاملون قطع  $\frac{2}{3}$  الكمية المخططة؟

في مرحلة لاحقة، رافق عاملٌ مبتدئ كل عاملٍ مجرب في المجموعة، وبهذه الطريقة تكونت مجموعة جديدة فيها ما مجموعه 2m عاملين (m عاملين مجربين و m عاملين مبتدئين).  
إنتاجية العمل اليومية للعاملين المجرّبين هي إنتاجية العمل اليومية المخططة. يعمل جميع العاملين المجرّبين بنفس إنتاجية العمل اليومية.

إنتاجية العمل اليومية للعامل المبتدئ هي أقل بـ 1 م<sup>3</sup> من إنتاجية العمل اليومية للعامل المجرّب.  
عملت المجموعة الجديدة 8 أيام.

ج. (1) عبّر بدلالة m عن إنتاجية العمل اليومية للعامل المجرّب الواحد وللعامل المبتدئ الواحد.  
(2) كم عاملاً يوجد في المجموعة الجديدة، إذا علم أنّهم قطعوا ما مجموعه 336 م<sup>3</sup> من

الأشجار؟

2. معطاة متوالية حسابية  $a_1, a_2, \dots, a_{2n+3}$  فيها  $2n+3$  حدود ( $n$  هو عدد طبيعي).  
مجموع المتوالية هو 43 ضعف الحد الأوسط. الحد الأوسط لا يساوي 0.  
أ. (1) بين أن مجموع المتوالية يساوي  $(2n+3) \cdot a_{n+2}$ .  
(2) جد عدد الحدود في المتوالية.  
ب. معلوم أن مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفردية في المتوالية المعطاة هو أكبر بـ 40 من مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجية في المتوالية المعطاة.  
(1) جد الحد الأوسط.  
(2) جد مجموع المتوالية.  
معطى أن فرق المتوالية المعطاة هو  $-a_1$ .  
ج. حدّد هل المتوالية تصاعديّة أم تنازليّة.  
يبنون من جميع حدود المتوالية المعطاة متوالية جديدة بواسطة جمع كل  $k$  حدود متجاورة ( $k$  هو عدد طبيعي) بالطريقة التالية:  
 $(a_1 + a_2 + \dots + a_k)$  ,  $(a_2 + a_3 + \dots + a_{k+1})$  ,  $(a_3 + a_4 + \dots + a_{k+2})$  , ...  
د. عبّر بدلالة  $k$  عن عدد الحدود في المتوالية الجديدة.

3. في مدرسة ثانوية معينة، يتقدم طلاب الثواني عشر لامتحان الدبلوم في المديّنات، وبعد ذلك لامتحان البجروت في المديّنات .

معطى أنه: في سنة 2017 وكذلك في سنة 2018 ، عدد الطلاب الذين نجحوا في امتحان الدبلوم ولم ينجحوا في امتحان البجروت كان مساوياً لعدد الطلاب الذين لم ينجحوا في امتحان الدبلوم ونجحوا في امتحان البجروت .

أ. في سنة 2017 تقدّم 250 طالباً لامتحان الدبلوم وبعد ذلك لامتحان البجروت في المديّنات . معلوم أنه إذا نجح طالب في امتحان الدبلوم، فإنّ احتمال أنّه قد نجح في امتحان البجروت هو 0.9 .  
نسبة الذين لم ينجحوا في امتحان البجروت من مجمل الطلاب الذين تقدّموا للامتحانات في تلك السنة هي 20% .

(1) ما هو عدد الطلاب الذين نجحوا في امتحان الدبلوم وكذلك في امتحان البجروت؟

(2) معلوم أنّ طالباً معيناً لم ينجح في امتحان الدبلوم . ما هو الاحتمال بأنّ هذا الطالب قد نجح في امتحان البجروت؟

(3) يختارون بشكل عشوائي (مع إعادة) طالبين لم ينجحوا في امتحان البجروت . ما هو الاحتمال بأنّ كليهما لم ينجحوا في امتحان الدبلوم أيضاً؟

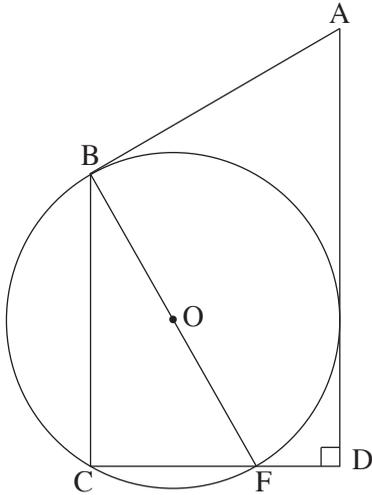
ب. معطى أنه في سنة 2018 لم يكن تعلق بين الحدث "ينجح في امتحان الدبلوم" والحدث "ينجح في امتحان البجروت" ، وأنّ الاحتمال بأنّ طالباً قد نجح في امتحان البجروت في تلك السنة هو  $a$  ( $0 < a < 1$ ) .

عبر بدلالة  $a$  عن الاحتمال بأنّ طالباً قد نجح في امتحان الدبلوم ولم ينجح في امتحان البجروت في تلك السنة .

### الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أُجبت عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.



4. المثلث  $BCF$  محصور في دائرة مركزها  $O$  ونصف قطرها  $R$ .  
 $BF$  هو قطر في الدائرة.

يخرج من النقطة  $A$  مماسان للدائرة – أحدهما يمس الدائرة في النقطة  $B$   
 والآخر يقطع امتداد الضلع  $CF$  في النقطة  $D$ ، كما هو موصوف  
 في الرسم الذي أمامك.

معطى أن:  $AD \perp CD$ .

أ. برهن أن:  $\angle BFC = \angle BAD$ .

معطى أن:  $K$  هي نقطة على الضلع  $BC$ ، بحيث  $FK$  يُنصف  $\angle BFC$ .

ب. برهن أن:  $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$ .

ج. برهن أن:  $KB \cdot AB = 2R^2$ .

د. فسّر لماذا مساحة  $\triangle BFK$  أكبر من مساحة  $\triangle KFC$ .

5.  $ABC$  هو مثلث محصور في دائرة نصف قطرها  $R$ .

النقطتان  $D$  و  $E$  تقعان على الضلعين  $AB$  و  $AC$  بالتلاؤم،

والنقطة  $F$  تقع على القوس  $BC$  بحيث يكون الشكل الرباعي  $ADFE$

مُعَيَّنًا (انظر الرسم).

معطى أن:  $\angle BAC = \alpha$ ،  $\angle ABC = \beta$ .

أ. (1) عبّر بدلالة  $\alpha$  و  $\beta$  عن  $\angle ABF$ .

(2) عبّر بدلالة  $R$  و  $\alpha$  و  $\beta$  عن طول قطر المعين،  $AF$ .

ب. عبّر بدلالة  $R$  و  $\alpha$  و  $\beta$  عن طول ضلع المعين.

معطى أن  $AF$  هو قطر في الدائرة.

ج. بين أن مساحة المعين هي  $2R^2 \tan \frac{\alpha}{2}$ .

معطى أن نصف قطر الدائرة المحصورة في المعين  $ADFE$  هو  $\frac{3}{5}R$ .

د. احسب  $\beta$ .

الفصل الثالث : حساب التفاضل والتكامل للبولينومات  
وللدوال الجذر وللدوال النسبية وللدوال المثلثية  
(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 ( لكل سؤال – 20 درجة ).

انتبه! إذا أجبت عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابات الأولى اللتان في دفترك .

6. معطى أن: الدالة  $g(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$  هي دالة المشتقة الثانية للدالة  $g(x)$  .

الدوال  $g(x)$  ،  $g'(x)$  ،  $g''(x)$  معرّفة في نفس المجال .

معطى أن معادلة المماس للدالة  $g(x)$  في نقطة التوائها هي  $y = \frac{3}{2}x - 3$  .

أ. (1) جد الدالة  $g(x)$  .

(2) ما هو مجال تعريف الدالة  $g(x)$  ؟

(3) جد مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالة  $g(x)$  .

(4) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $g(x)$  .

نُعرّف:  $h(x) = |g(x)|$  .

ب. في نفس هيئة المحاور التي رسمت فيها الرسم البياني التقريبي للدالة  $g(x)$  ، أضف بخط متقطع

رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $h(x)$  .

ج. معطى أن:  $\int_a^2 g(x) dx = t$  ،  $0 < a < 2$  ،  $t$  هو پارامتر .

عبر بدلالة  $t$  عن  $\int_a^2 (h(x) - g(x)) dx$  .

7. معطاة الدالة  $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x - 1$  في المجال  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ .

أ. (1) جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة  $f(x)$  مع المحورين.

(2) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة  $f(x)$ ، وحدد نوع هذه النقاط.

(3) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة  $f(x)$ .

أزيح الرسم البياني للدالة  $f(x)$  يسارًا بـ  $\frac{\pi}{2}$ ، بحيث نتجت الدالة  $g(x)$  المعروفة في المجال  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

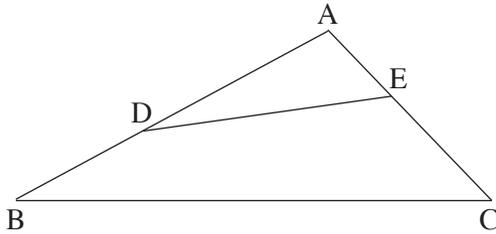
ب. (1) عبّر عن الدالة  $g(x)$  بدلالة الدالة  $f(x)$ .

(2) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة  $g(x)$ .

(3) برهن أنّ  $g(x)$  هي دالة زوجية.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x - \frac{\pi}{2}) dx : \text{III} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x + \frac{\pi}{2}) dx : \text{II} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I} \quad \text{III-I}$$

أمامك 3 تعابير، III-I : I : II : III  
ج. اذكر أيّ تعبير من التعابير III-I يساوي  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .  
علّل إجابتك. لا حاجة للحساب.



8. في المثلث ABC معطى أنّ:  $AB = 30$ ،  $AC = 20$ .

$\angle CAB = \alpha$  هو ثابت.

النقطة D تقع على الضلع AB،

والنقطة E تقع على الضلع AC (انظر الرسم).

معطى أنّ: مساحة المثلث ADE الذي تكوّن بهذه

الطريقة هي رُبع مساحة المثلث ABC.

ارمز بـ x إلى طول القطعة AD.

أ. عبّر بدلالة x عن طول القطعة AE.

ب. (1) عبّر بدلالة  $\alpha$  عن أصغر طول ممكن للقطعة DE.

(2) استنتج من البند الفرعي "ب(1)" قيمة x التي بالنسبة لها النسبة  $\frac{DE}{BC}$  هي أصغر ما يمكن. فسّر.

**בהצלחה!**

**נשמתי לך הניצח!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.